



Oral ENSSAT 2012

Mathématiques - Planche test

MP/PC/PSI/PT/TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1.

Soit x un réel appartenant à l'intervalle $]0, 4[$.

1. Justifier l'existence puis calculer à l'aide du changement de variables $t = 2 - 2u$ l'intégrale suivante :

$$f(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{t(4-t)}}$$

2. Trouver α et β réels tels que pour tout $x \in]0, 4[$,

$$\frac{x-2}{x(4-x)} = \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x-4}$$

3. Résoudre l'équation $x(4-x)y' + (2-x)y = 1$ sur $]0, 4[$ à l'aide de f .

Partie 2.

Soit M la matrice $\begin{pmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{pmatrix}$ où a, b et c sont trois réels vérifiant $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

1. La matrice M est-elle diagonalisable ?
2. Déterminer les valeurs propres et les sous-espaces propres associés à M .
3. Préciser la nature géométrique de l'endomorphisme de matrice M dans la base canonique de \mathbb{R}^3 .