



Oral ENSSAT 2012

Mathématiques - Planche test

PT/TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1.

Soit f l'application 2π -périodique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[\\ 0 & \text{si } x \in [-\pi, \pi] \setminus \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[\end{cases}$$

1. Déterminer les coefficients de Fourier de la fonction f .
2. La série de Fourier associée à f converge-t-elle ?
3. Calculer $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ puis $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$.

Partie 2.

Soit u l'application définie sur $\mathbb{C}_n[X]$ par $u(P) = X^n P\left(\frac{1}{X}\right)$.

1. Vérifier que u est un endomorphisme de $\mathbb{C}_n[X]$.
2. Calculer $u \circ u$. Que peut-on en déduire ?
3. Montrer que u est diagonalisable et déterminer une base de vecteurs propres de u .