ENSSAT
LANNION

Oral ENSSAT 2012

Mathématiques – MLRa1

MP/PC/PSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1

On pose : $\forall n \geq 2, u_n = \sum_{k=2}^{n} \frac{\ln k}{k}$.

1. Déterminer la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.
2. Déterminer un encadrement de u_n en utilisant la fonction : $t \mapsto \frac{\ln t}{t}$.
3. Déterminer la nature de la série $\sum \frac{u_n}{n^2}$.

Partie 2

Soit E un espace vectoriel euclidien dont le produit scalaire est noté $(\cdot|\cdot)$.

1. Montrer que si p est un projecteur orthogonal, alors p est un endomorphisme symétrique et : $\forall \vec{x} \in E, \|p(\vec{x})\|^2 = (p(\vec{x})|\vec{x})$.
2. Réciproquement, soit f un endomorphisme symétrique tel que : $\forall \vec{x} \in E, \|f(\vec{x})\|^2 = (f(\vec{x})|\vec{x})$. Montrer que f est un projecteur orthogonal.