

Oral ENSSAT 2013

Mathématiques - Planche SBa1

PC/PSI/PT/TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1

Déterminer la nature de la série de terme général $u_n = n^{\ln(n)}/n!$.

Partie 2

Soient $b_0, b_1, \dots, b_n$ des réels (où $n \in \mathbb{N}^*$) non nécessairement distincts. Pour tout $k \in \{0, \dots, n\}$, on considère l'application

$$L_k : P \in \mathbb{R}_n[X] \longmapsto P(b_k) \in \mathbb{R}$$

où $\mathbb{R}_n[X]$ désigne l'espace vectoriel réel des polynômes à coefficients réels de degré au plus n .

1 - Après avoir vérifié que pour tout $k \in \{0, \dots, n\}$ l'application L_k est une forme linéaire, déterminer son noyau et son image.

2 - Montrer que la famille $\{L_0, L_1, \dots, L_n\}$ est linéairement indépendante si et seulement si les réels $b_0, b_1, \dots, b_n$ sont 2 à 2 distincts.