



Oral ENSSAT 2013

Mathématiques - Planche PBo2

MP/PC/PSI/PT/TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1.

Soit $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée directe de $\mathbb{R}^3$ muni de sa structure euclidienne canonique.

1. Déterminer la projection orthogonale de $\vec{i} + \vec{k}$ sur le plan P d'équation $x + 2y + 2z = 0$.
2. Déterminer la matrice dans la base B de la rotation r , d'axe dirigé et orienté par $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Partie 2.

On considère la série entière $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

1. Déterminer R , le rayon de convergence de cette série entière.

On note f la somme de la série entière sur $] -R, R[$.

2. Exprimer f à l'aide de fonctions usuelles.

3. En déduire la nature et la somme des séries numériques $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n(n+1)}$ et $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)}$.

4. Retrouver la valeur de $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ par une autre méthode.