



## Oral ENSSAT 2013

### Mathématiques – GNo14

#### MP/PC/PSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation.

Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix.

Documents et calculatrice interdits.

#### Exercice 1.

Soit :  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ .

On définit la matrice :  $A_{2,n+1} = \begin{pmatrix} a & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & b \\ 0 & \ddots & \ddots & & & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & a & 0 & b & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 0 & a+b & 0 & & \vdots \\ \vdots & \ddots & b & 0 & a & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & 0 \\ b & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2,n+1}(\mathbb{R})$ .

Est-elle diagonalisable ? trigonalisable ?

Donner ses éléments propres.

On pourra s'aider de la matrice :  $B_{2,n+1} = A_{2,n+1} - a \cdot I_{2,n+1}$ .

#### Exercice 2.

Soit  $f$  définie pour  $x$  réel par :  $x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+t^3+x^3}$ .

a. Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}^+$ ,  $f(x)$  est défini.

b. A l'aide du changement de variable :  $u = \frac{1}{t}$ , calculer  $f(0)$ .

c. Montrer que  $f$  est continue et décroissante.

d. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .