



Oral ENSSAT 2013

Mathématiques - Planche MPr13

MP/PC/PSI/PT/TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1.

On considère le polynôme $P = X^3 + 3X^2 + X + 1$ et on munit le plan d'une base orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Montrer que la courbe constituée des point $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ vérifiant $P(x) = P(y)$ est la réunion d'une droite et d'une conique notée $\mathcal{C}$ dont on précisera la nature et l'excentricité.
2. Déterminer une équation cartésienne de la tangente à $\mathcal{C}$ au point $A \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} - 1 \end{pmatrix}$.
3. Déterminer un point de $\mathcal{C}$ par lequel passe une tangente orthogonale à celle issue du point A .

Partie 2.

1. Quel est le rayon de convergence de la série $\sum \cos\left(\frac{2n\pi}{3}\right) x^n$?
2. Justifier la convergence et calculer la somme de la série $\sum \frac{\cos\left(\frac{2n\pi}{3}\right)}{2^n}$.