



Oral ENSSAT 2013

Mathématiques - Planche PSt2

MP/PC/PSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1

Soit E un \mathbb{K} -e.v. de dimension finie, f un endomorphisme de E . Démontrer que

$$\text{Ker } f = \text{Ker } f^2 \iff \text{Ker } f \cap \text{Im } f = \{0_E\}$$

Partie 2

On considère la suite (a_n) définie par la donnée de $a_0 > 0$ et la relation

$$\forall n \geq 0 \quad a_{n+1} = \ln(1 + a_n)$$

1. Étude de la suite (a_n) (monotonie, convergence).
2. Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n x^n$.
3. Étudier la nature de la série entière en $x = -1$.
4. *Pour les candidats MP seulement* : en considérant $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n}$, étudier la nature de la série entière en $x = 1$.