



Oral ENSSAT 2014

Mathématiques - Planche PBo5

MP/PC/PSI/PT/TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1.

Soit (E) l'équation différentielle : $xy'' + 2y' + xy = 0$.

1. Montrer que l'ensemble des solutions de (E) sur $\mathbb{R}$ est un espace vectoriel.
2. Montrer que (E) admet une solution φ développable en série entière et donner son rayon de convergence.
3. Exprimer φ à l'aide de fonctions usuelles.
4. Résoudre (E) .

Partie 2.

Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ b & 0 & 0 & a \\ 0 & b & a & 0 \end{pmatrix}$ où a et b sont des réels.

1. Calculer $\det A$ pour $a = 1$ et $b = 2$. Quel est le rang de A ?
2. Calculer le déterminant de A dans le cas général.
3. Calculer A^{-1} lorsque A est inversible.
4. A est-elle diagonalisable ? Si oui, préciser.