



Oral ENSSAT 2014

Mathématiques - Planche MPr2bis

PT/TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1.

On considère les deux matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} a & c & b \\ c & a+b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$.

1. Diagonaliser la matrice A .
2. En déduire une matrice $P \in GL_3(\mathbb{R})$ telle que $P^{-1}BP$ soit diagonale.

Partie 2.

On considère le domaine $\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z^2; 0 \leq z \leq 1\}$.

1. Représenter le domaine \mathcal{D} .
2. Calculer l'intégrale triple $I = \iiint_{\mathcal{D}} \frac{2z}{(x^2 + y^2 + 1)^2} dx dy dz$ à l'aide d'un changement de variables à préciser.