



L A N N I O N

Oral ENSSAT 2014

Mathématiques – MLRa5

MP

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1

1. Définir le polynôme minimal d'une matrice. Démontrer son existence.
2. Soit une matrice A dans $M_3(\mathbb{C})$ non diagonalisable et telle que : $(A - I)^3(A - 2I) = 0_3$.
Que peut-on dire de son polynôme minimal ? de son polynôme caractéristique ?

Partie 2

Soient f et g deux fonctions continues non nulles de $\mathbf{R}^{+*}$ dans $\mathbf{R}$ de limites nulles en 0 et en $+\infty$. On pose : $\forall n \in \mathbf{N}^*, \forall x \in \mathbf{R}^{+*}, f_n(x) = f(nx)$ et $g_n(x) = g\left(\frac{x}{n}\right)$.

1. Etudier la convergence simple de la suite de fonctions $(f_n)_n$ sur $\mathbf{R}^{+*}$. Soit $a > 0$.
Montrer que $(f_n)_n$ converge uniformément sur $[a, +\infty[$.
2. Etudier de même la convergence simple de la suite de fonctions $(g_n)_n$ sur $\mathbf{R}^{+*}$ et déterminer des intervalles sur lesquels la convergence de cette suite est uniforme.
3. On pose : $\forall n \in \mathbf{N}^*, h_n = f_n \times g_n$. Montrer que la suite de fonctions $(h_n)_n$ converge uniformément sur $\mathbf{R}^{+*}$.