



Oral ENSSAT 2014

Mathématiques - Planche PSt16

TSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Partie 1

1. On considère l'équation différentielle

$$y'(x) = -2xy^2(x) \quad (1)$$

- (a) Résoudre (1).
(b) Tracer les courbes intégrales.

Indication. Faire une étude de cas en précisant la solution y de (1) telle que $y(x_0) = y_0$.

Partie 2

On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

- Déterminer les valeurs propres de A . A est-elle inversible ?
- Justifier de deux façons (à l'aide d'un résultat de cours, puis par le calcul) que A est diagonalisable et déterminer P inversible et D diagonale telles que $A = PDP^{-1}$.
- Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ représenté dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ par la matrice $B = \frac{1}{9}A$. Justifier que f est un endomorphisme symétrique. Presque sans calcul, donner $\det f$, les valeurs propres et les vecteurs propres de f .
- Justifier que f est un endomorphisme orthogonal (*i.e.* une isométrie de $\mathbb{R}^3$). Identifier f géométriquement.