



Oral ENSSAT 2010

Mathématiques

Planche 2 - MP/PC/PSI

30 minutes de préparation, 25 minutes de présentation. Le candidat traitera obligatoirement les deux parties, dans l'ordre de son choix. Documents et calculatrice interdits.

Exercice 1

1. Montrer que $(P, Q) \mapsto \langle P, Q \rangle = \int_{-1}^1 P(t)Q(t) dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$.

2. Montrer l'existence et l'unicité d'un polynôme $U \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que

$$P(0) = \int_{-1}^1 P(t)U(t) dt$$

3. Calculer U pour $n = 2$.

Exercice 2 On considère l'équation différentielle

$$xy' + \lambda y = \frac{1}{1+x} \quad (E)$$

avec $\lambda > 0$ et $x \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Déterminer une solution de (E) sous forme intégrale.

2. Montrer que (E) possède une unique solution bornée au voisinage de 0.

Indications et conseils.

Exercice 1

2. Interpréter la relation comme une relation d'orthogonalité en considérant les vecteurs de la base canonique de $\mathbb{R}_n[X]$.

Exercice 2

1. Faire une variation de la constante.
2. Procéder par encadrement.